



**Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré**



## **Stage « Sur les Traces de Galois »**

**Lien (photos du stage) :**

<https://picasaweb.google.com/science.ouverte/StageGalois2012?authkey=Gv1sRgCJn4juPUw87gDw>

On trouvera dans les dernières pages le recensement des réponses d'élèves au questionnaire d'évaluation rempli en fin de stage.

### **Bref compte-rendu**

#### **Participation**

17 participants à l'ensemble du stage : 8 filles, 9 garçons, 7 élèves de terminale scientifique, 9 de première S, et une de seconde. Trois autres élèves (1<sup>o</sup> et Terminale) ont assisté à une journée ou une demi-journée, ainsi que cinq autres personnes (médiateurs scientifiques, enseignante).

Provenance : 14 lycées de la Région Parisienne : dont 7 de l'Académie de Créteil (10 élèves dont 8 de Seine Saint-Denis), les autres élèves venant des académies de Versailles (5) et Paris (2).

#### **Déroulement**

Lundi matin : accueil, présentation des associations organisatrices et de l'IHP. Conte « L'équation de la Révolte » par Philippe Berthelot. Ce conte a été apprécié, (et même très apprécié par 7 élèves et les organisateurs) ; quelques élèves l'ont trouvé un peu long malgré tout.

Lundi après-midi : Activité-animation « L'ambiguïté, des puzzles aux idées de Galois » par Xavier Caruso. Premier contact avec la théorie de Galois, qui sera confirmé grâce à la conférence de Pierre Cartier le jeudi. Après ces deux demi-journées, l'ambiance du stage est créée, elle est très bonne.

Mardi matin et début de l'après-midi : activités collectives sur les polynômes selon le plan détaillé ci-dessous, animée par Cyril Demarche et François Gaudel :

- On a demandé aux élèves ce qu'ils connaissent comme ensembles de nombres, les a ordonnés par inclusion, et pour chacun demandé une équation qui n'y est pas résoluble mais l'est dans le suivant. Bien sûr, on n'a construit aucun de ces ensembles. Mais on a souligné la difficulté historique (et aussi pour certains élèves) à concevoir l'existence de certains de ces nombres.
- Puis on leur a demandé, sans transition, de donner une équation du septième degré. Sauriez-vous la résoudre ? combien de solutions ? qu'est-ce que résoudre ? supposons qu'on sache



**Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré**



combien il y en a, est-ce qu'il suffit de leur donner un nom pour dire que l'équation est résolue ? leur montrer qu'ils peuvent trouver des solutions de façon approchée même s'ils ne peuvent pas le faire algébriquement. Qu'est-ce qu'on peut dire algébriquement des solutions ?

- Etude particulière de  $x^2=2$ . Pas de solution dans  $\mathbb{Q}$ . Avantage de calculer algébriquement sur la ou les solutions, même sans savoir si elles existent, pour simplifier des calculs compliqués où elles interviennent. Par exemple, l'utilisation des conjugués permet d'obtenir certains résultats sans calculs. Propriétés de  $\mathbb{Q}(\text{racine de } 2)$ , notion de structure de corps.
- Notion de polynôme minimal, sur des exemples. Factorisation par  $(x-a)$  si  $a$  est une racine (deux démonstrations) (par exemple pour montrer que le polynôme minimal de racine de 2 dans  $\mathbb{Q}(2)$  est  $x^2-2$ ). Polynôme irréductible. Exemples de polynômes irréductibles sur  $\mathbb{R}$ , sur  $\mathbb{Q}$ . Est-ce qu'une équation de degré 7 (la même) peut avoir plus de 7 solutions ? L'algèbre apporte bien quelque chose.
- Introduction à l'aide d'exemples concrets de calculs, de la division euclidienne des polynômes
- Fonctions symétriques des racines (vu rapidement et surtout pour l'équation du second degré)
- Énoncé du théorème de d'Alembert sans démonstration (laissée à un groupe de travail)

La séance a été assez dense et fatigante pour les élèves. Certaines notions ont nécessité d'être reprises dans les groupes de travail.

Mardi après-midi : présentation des thèmes de travail :

- Le jeu de Taquin et les permutations : dans le jeu de taquin, on permute d'une certaine façon des cases portant des lettres ou des chiffres. Pourquoi, selon la disposition des pièces, certaines configurations des pièces peuvent être atteintes ou non ? pour une disposition de départ, quelles sont celles que l'on peut atteindre, et pourquoi ? Cette activité permet d'approfondir la notion de groupe de permutation. On peut la prolonger avec des taquins exotiques dont Cyril Demarche a le secret (et un prototype).
- Le théorème de d'Alembert. Démontrer ce théorème en mobilisant leurs connaissances sur les complexes et quelques connaissances sur les fonctions continues.
- Les groupes et les corps finis (en fabriquer, en représenter) : on commence par fabriquer les plus petites groupes possibles, et les illustrer géométriquement. Puis on passe aux corps et on construit le corps d'ordre 4 (d'autres si on peut).
- Pour le même thème, partir de la recherche de géométries affines ; déterminer les droites à l'aide de leurs équations et représenter ces géométries.
- La résolution des équations de degrés 2, 3 et 4. Elle peut être abordée de eux façons : en commençant par les méthodes de Cardan et Ferrari ; puis si possible par réductions successives comme chez Lagrange.



**Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré**



- Les constructions à la règle et au compas. Commencer par en chercher un certain nombre. Voir la possibilité des opérations algébriques puis des racines carrées de nombres constructibles. Approche du théorème de Wantzel et travail sur duplication du cube.
- Groupe de Galois de l'équation  $1+x+x^2+x^3+x^4=0$  (évoqué par Xavier Caruso dans sa conférence-animation) et travail sur cette équation.
- Polynômes minimaux de quelques nombres, en particulier pour une racine  $p$ -ième de l'unité ( $p$  premier), On est parti d'un problème de géométrie posé au TFJM et sur lequel certains élèves voulaient continuer à travailler.

- 



A partir de mardi soir

Les élèves ont choisi cinq sujets. Mise à part la visite à l'IHES, Ils ont travaillé dessus avec ardeur jusqu'à la restitution du vendredi après-midi. Cette partie du stage a été très vivement appréciée.

Les thèmes retenus ont été :

- Résolution des équations. Les élèves ont été jusqu'aux méthodes de Cardan et Ferrari et résolu le second degré par une méthode s'apparentant à celle de Lagrange. Nous les avons un peu embrouillés dans leurs recherches par manque de coordination entre nous.

- Groupes et corps finis : un travail qui est allé jusqu'au corps d'ordre 8 en utilisant des extensions successives. Des représentations géométriques des groupes on été données par les élèves, qui ont été invités également à justifier dans certains cas l'unicité des résultats qu'ils trouvaient dans ce cadre complètement nouveau pour eux.
- Constructions à la règle et au compas. Les élèves sont allés jusqu'à donner par eux-mêmes une caractérisation correcte des nombres constructibles ! Ils ont ensuite pour les uns travaillé sur la non constructibilité de racine cubique de 2, et sur les angles constructibles.
- La démonstration du théorème de d'Alembert a été menée jusqu'au bout ; la rédaction et l'exposé ont demandé un gros travail, pas évident sans outils très formel de travail sur les ordres de grandeur ;
- Le groupe sur les polynôme minimal d'une racine  $p$ -ième de l'unité ( $p$  premier) a fait un travail considérable, qu'il n'a malheureusement pas pu présenter correctement pour des raisons de temps et de richesse du sujet ;

	<p><b>Du 16 au 20 avril 2012 – 9h30-17h à l'Institut Henri Poincaré</b></p>	
---	---	---

Jeu­di ma­tin : vi­site à l'IHES et con­fé­ren­ce de Pierre Cartier.

- Nous avons été accueillis avec beaucoup de chaleur par Jean Pierre Bourguignon qui nous a fait visiter une partie de l'Institut et a répondu aux questions des élèves concernant l'histoire de ce dernier.
- Pierre Cartier a présenté sa conférence sur l'ambigüité et la théorie de Galois. Cette conférence a renforcé certains points qui avaient été évoqués par Xavier Caruso, avec de plus de nombreuses incidences historiques très vivantes.
- Les élèves ont posé à Jean Pierre Bourguignon et Pierre Cartier une partie des questions qu'ils avaient préparées. Pris par la nécessité de prendre les transports à temps, nous avons dû interrompre cette visite trop courte malgré ses 2h 15 !

### Accueil

Nous avons été parfaitement accueillis comme toujours à l'Institut Henri Poincaré, et bien sûr aussi à l'IHES comme on vient de le dire.

Pouvoir accéder à ces lieux prestigieux représente quelque chose d'important pour les élèves. La logistique, le suivi des élèves et les repas étaient parfaitement organisés par Sandrine Jamet, de Paris Montagne.

### Encadrement, intervenants :

Xavier Caruso (Chercheur en géométrie Algébrique à l'Université de Rennes) (qui, pour de bonnes raisons ;- ) n'a pu être présent que le lundi après-midi) et François Gaudel (président de Science Ouverte, professeur de mathématiques retraité) ont proposé la structure du stage à la préparation et à l'encadrement duquel ont participé également

Cyril Demarche (maître de conférence en mathématiques, Université Paris 6)

Christian Saint-Gilles (ancien formateur IUFM)

Françoise Varouchas (professeur retraité)

Benoît Gaudel (titulaire d'un master de cryptographie)

Cyril Banderier (Chercheur en algorithmique au LIPN) a participé à la journée du vendredi avec ses questions toujours très stimulantes !



Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré



## Bilan semaine « relativité » : réponses individuelles

15 réponses Mélanie et Oltéan, contraints de partir plus tôt.

### La semaine thématique :

#### 1. D'une façon générale, tu as trouvé ta semaine :

- très intéressante 15
- plutôt intéressante
- peu intéressante
- pas du tout intéressante

#### 2. Pourquoi as-tu voulu faire cette semaine ? (Plusieurs réponses possibles)

- pour découvrir un thème 11
- pour approfondir un thème 7
- pour t'occuper pendant les vacances 6
- pour accompagner ton/tes ami(s)
- autre, précise : 1  
Les maths et moi, Evariste Galois, je ne pouvais pas rater.

#### 3. Qu'est-ce que cette semaine t'a apporté ? (Plusieurs réponses possibles)

- j'ai découvert un thème 11
- j'ai acquis des connaissances 15
- elle va m'aider dans mon choix d'études 3
- j'ai acquis une ouverture d'esprit 4

- j'ai rencontré d'autres jeunes passionnés de sciences 11
- j'ai rencontré des chercheurs et ai discuté avec eux 6
- autres, précise : ...

### Le programme de la semaine :

#### 4. Entoure dans l'emploi du temps ce que tu as préféré dans la semaine (3 réponses maximum) Nota : plusieurs élèves ont coché plus de 3 réponses

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Conte L'équation de la Révolte par Philippe Berthelot 7	Activités sur les polynômes 4	Travail en groupe sur les thèmes 9	Visite IHES et conf Pierre Cartier 6	Travail en groupe sur les thèmes et réaction des posters 4
Activité/conférence « L'ambiguïté des puzzles aux idées de Galois » par Xavier Caruso 8	Présentation des sujets et début du travail en groupe 3	Travail en groupe sur les thèmes id	Travail en groupe sur les thèmes id	Présentation des travaux et goûter géant 5

Pourquoi ?

- C'est intéressant et passionnant.



**Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l’Institut Henri Poincaré**



- S’entraider et contribuer à un sujet poussé est intéressant et m’a permis d’acquérir diverses connaissances.
- Travail intéressant (il s’agit du travail en groupes)
- Les sujets étaient très intéressants
- Domaines variés et intéressants !
- J’aime travailler en groupe et résoudre des problèmes plus complexes que ceux qu’on peut nous donner en général.
- Ca m’a permis de découvrir des choses que je ne connaissais pas.
- J’ai tout adoré, c’était actif, dans la bonne humeur, et surtout le fait que l’on ne soit pas beaucoup d’élèves.
- Les posters étaient réussis.
- C’était TOP !
- Parce que c’est le moment où j’ai beaucoup appris (confs et rédaction des posters)
- Pouvoir accéder à de telles institutions est énorme
- Ce fut très intéressant. Les gens nous ont fait partager beaucoup de choses. Ils le font parce qu’ils aiment cela. Pierre Cartier a exposé de façon très compréhensible.
- J’ai trouvé l’histoire « chantée » par Mr Berthelot extrêmement intéressante et cela m’a permis d’avoir une vision sur la vie tumultueuse de Galois. J’ai beaucoup apprécié le travail fait avec mon groupe sur un sujet qui me plaît bien et qui me permet de mieux comprendre les notions de groupe et corps.
- Très intéressant
- 

**5. Entoure ce qui t’as le plus déçu ou que tu as le moins aimé (3 réponses maximum)**

Lundi	Mardi	Mercredi	Jéudi	Vendredi
Conte L’équation de la Révolte par Philippe Berthelot 5	Activités sur les polynômes 5	Travail en groupe sur les thèmes 1	Visite IHES et conf Pierre Cartier	Travail en groupe sur les thèmes et rédaction des posters 1
Activité/conférence « L’ambiguïté des puzzles aux idées de Galois » par Xavier Caruso 1	Présentation des sujets et début du travail en groupe 1	Travail en groupe sur les thèmes	Travail en groupe sur les thèmes	Présentation des travaux et goûter géant

Pourquoi ?

- Activité où je n’ai pas été très actif (le conte)
- Un peu trop long (idem)
- Au top !
- C’était un peu trop long



**Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré**



- Les activités étaient un peu trop longues et à la fin j'ai eu du mal à suivre (polynômes)
- Rien
- Le surplus d'informations ne permet pas de faciliter la compréhension du sujet (polynômes)
- Long et ce n'est pas ce que je recherchais (le conte)
- Parce que çal me paraissait incompréhensible (olynômes et présentaion des sujets)
- Tourt était intéressant
- J'ai eu un peu de mal à tout comprendre et j'ai trouvé ces conférences assez fatigantes (pour le cerveau) (Puzzles-Galois et Polynômes)
- Un peu moins aimé (pas vraiment des sciences) que les autres choses bien que très intéressant quand même =P (le conte)

**6. As-tu l'impression d'avoir appris des choses pendant cette semaine ?**

oui, quoi ? 15

- .Beaucoup dans les méthodes et des maths différentes
- Binôme de Newton, capacité de recherche en groupe etc ...
- Une infinité d'idées et de manières différentes de voir les maths qui ne tiendrait pas sur ces deux lignes.
- Des méthodes de résolution de problèmes et surtout beaucoup sur les polynômes.
- J'ai découvert un thèmes dont j'ignorais tout.
- Pratiquement tout.
- Les nombres complexes, le théorème de d'Alembert.

- D'Alembert Gauss
- Théorie de Galois, théorème de Cardan et Ferrari.
- Les polynômes etc .. le thème de la semaine.
- Comment construire un groupe, un corps, des théorèmes, la théorie de Galois.
- J'ai appris que les maths pouvaie,t être très dures et j'ai appris plein de petits trucs qui me serviront sans aucun doute pour l'année prochaine.

non, pourquoi ?.....

**L'organisation :**

**7. As-tu eu suffisamment d'informations pratiques sur la semaine ?**

oui 15

non, qu'est-ce qu'il t'a manqué ?.

**8. Qu'as-tu pensé des horaires ? (Plusieurs réponses possibles)**

Le début de journée était trop tôt 4 trop tard ni trop tôt ni trop tard 11.

La journée finissait trop tôt trop tard 4 ni trop tôt ni trop tard. 11

Les temps de conférence étaient trop longs 2 trop courts 1 de la bonne durée 10

Les temps de visite étaient trop longs trop courts 6 de la bonne durée 6



Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré



Les temps de travail en groupe étaient trop longs trop courts 5 de la bonne durée 9

Autre : .....

**9. Est-ce que tu penses que les chercheurs et intervenants ont été suffisamment présent ?**

oui 15

- Presque trop parfois (un commentaire)

non, pourquoi ?..

**Et après cette semaine ?**

**10. As-tu des suggestions ou des idées pour de futures semaines thématiques et/ou sorties ?**

- Une semaine sur un thème qui mettrait en relation la SVT, la SPS et les maths par exemple les idées de Galois et la biologie de l'environnement (avec Yves Barral)
- Non pas du tout
- Racine cubique de 2
- Sur la cryptographie

- Toujours ans les mathématiques, sur la théorie d'autres mathématiciens, comme cette semaine
- Non

**11. Quelles autres activités t'intéresseraient ? (Plusieurs réponses possibles)**

participer à d'autres semaines thématiques 15

faire un stage, si tu n'en as jamais fait 4

participer au festival Paris-Montagne en juillet 8

créer un club de sciences dans ton lycée ou y organiser des activités scientifiques 3

assister à la réunion d'information sur l'orientation et les métiers scientifiques 4

devenir bénévole (participer à l'organisation du festival, des semaines thématiques ou monter tout autre projet pour les nouveaux lycéens...) 4

autre, précise : ...4.....

- Etre au courant de toutes les activités (newsletter)

**12. Qu'est-ce qui t'a donné envie de participer à cette semaine ?**

les activités proposées 12

un professeur 3





**Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré**



un ami 4

tes parents

autre, précise :

### Ton orientation

**13. Cette semaine a-t-elle modifié ta vision de la recherche et du métier de chercheur ?**

oui, pourquoi ? 4

- Tous les grands chercheurs n'ont pas trouvé du premier coup.
- Cela a cassé tous les stéréotypes que l'on peut avoir en général sur cette profession.
- La recherche en mathématiques ne colle pas vraiment avec le cliché du savant qui découpe des souris
- Je constate leur situation

non, pourquoi ? 9

- Car j'ai déjà fait des semaines thématiques qui m'ont donné une vision sur les chercheurs
- Parce que je savais à peu près ce que faisait un chercheur.
- J'étais déjà averti.
- Je connais déjà le métier de chercheur.

- J'avais déjà rencontré des chercheurs et j'avais une idée du métier de chercheur
- Je m'y attendais grâce à d'autres semaines thématiques.
- Car elle a confirmé ce que je pensais.
- Toujours la même idée positive de la recherche.
- Cela collait avec l'idée que j'avais.

**14. As-tu le projet de poursuivre tes études dans le domaine scientifique ?**

oui, dans quelle filière ? 14

- S -> aéronautique
- Médecine
- Physique quantique ou maths
- Mathématiques
- On verra
- Ecoles d'ingénieur post-bac
- Si je peux dans les maths
- Mathématiques ou physique
- Mathématiques
- MPSI
- CPGE PCSI
- Mathématiques
- Chimie



Du 16 au 20 avril 2012 –  
9h30-17h  
à l'Institut Henri Poincaré



- Maths

non, pourquoi ? 1

Oui ou non : 1.....

- J'aime bien, mais je préfère autre chose/

15. Autres remarques et suggestions :

- C'est super !!! =P
- ♥